考试编号____________ 姓名____________ 班级____________ 学校____________

弥封线内不要答题

2025～2026学年第一学期高三年级期末学业诊断

数学试卷

扫码查成绩

（考试时间：上午8:00—10:00）

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，第Ⅰ卷1至4页，第Ⅱ卷5至8页.
2. 回答第Ⅰ卷前，考生务必将自己的姓名、考试编号填写在答题卡上.
3. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，写在本试卷上无效.
4. 回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡相应位置上，写在本试卷上无效.
5. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第Ⅰ卷 （选择题 共58分）

一. 单项选择题：本题共8个小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1. 已知集合$A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid (x+1)(x-2)<0\}$，则$A\cap B=$

A. $\{-1,2\}$　　B. $(-1,2)$

C. $\{0,1\}$　　D. $[0,1]$

2. 已知复数z满足$i\cdot z-1=i$，则$z=$

A. $-1+i$　　B. $-1-i$

C. $1+i$　　D. $1-i$

3. 已知$\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$，$0<\alpha<\pi$，则$\tan\alpha=$

A. $\dfrac{4}{3}$　　B. $\dfrac{3}{4}$

C. $-\dfrac{4}{3}$　　D. $-\dfrac{3}{4}$

4. 已知$\{a_n\}$是递减的等比数列，S_n是其前n项和，且$a_3=1$，$S_3=7$，则数列$\{a_n\}$的公比$q=$

A. $q=-\dfrac{1}{3}$　　B. $q=\dfrac{1}{2}$

C. $q=-\dfrac{1}{3}$或$q=\dfrac{1}{2}$　　D. $q=\dfrac{1}{3}$

5. 已知直线l: $x+y-6=0$与圆$x^2+y^2-2x-6y+F=0$相交于A,B两个不同点，直线l与x轴、y轴分别相交于D,E两点，若$|DE|=3|AB|$，则$F=$

A. 2　　B. $2\sqrt{2}$

C. 6　　D. $6\sqrt{2}$

6. 某次市运会跳水项目的预赛中有6名参赛选手，其中A校有3名，B校有2名，C校有1名. 现要求B校2名选手的出场均不能和C校选手的出场相邻，则这6名选手不同出场顺序的种数为

A. 144　　B. 288

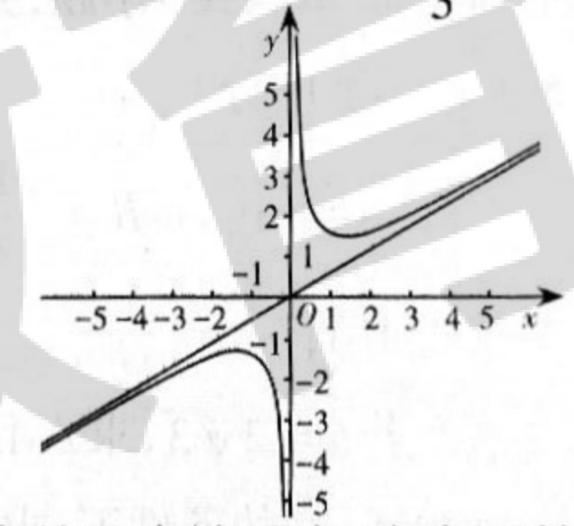
C. 360　　D. 432

7. 在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AC=BC=3$，点M满足$\overrightarrow{AM}=4\overrightarrow{BM}$，则$\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{CB}=$

A. $\dfrac{9}{4}$　　B. $\dfrac{27}{4}$

C. 12　　D. 18

8. 如图，函数$f(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{1}{x}$的图象是以坐标原点$O$为对称中心，以$y$轴和直线$y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$为两条渐近线的双曲线，则其离心率为



A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

C. $\sqrt{3}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

二. 多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求. 全部选对得6分，部分选对得部分分，有选错得0分.

9. 已知S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和，$S_3=12$，$a_4=8$，则下列结论正确的是

A. $a_1=1$　　B. $a_{10}=20$

C. $S_{10}=110$　　D. $4S_n=a_na_{n+1}$

10. 已知棱长为4的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点E为棱AB的中点，动点F为四边形ABC_1D_1内一个动点(包括边界)，则下列结论正确的是

A. 若$AF\perp BF$，则点F的轨迹的长度为π

B. 若$|AF|+|BF|=6$，则$|EF|$的最小值为$\sqrt{5}$

C. 若$|AF|-|BF|=2$，则$|EF|$的最大值为$\sqrt{13}$

D. 若点F到点E的距离等于它到直线AD_1的距离，则$|EF|$的最大值为$2\sqrt{3}$

11. 在$\triangle ABC$中，a,b,c分别为内角A,B,C的对边，$a\sin A+b\sin B=c$，$\cos A\cos B=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，$\triangle ABC$的面积为$2\sqrt{3}$，则下列结论正确的是

A. $\sin A\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$　　B. $\sin A+\sin B=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

C. $a=2$　　D. $c=4$

第Ⅱ卷 （非选择题 共92分）

三.填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 双曲线$x^2-\frac{y^2}{3}=1$的焦点坐标为________.

13. 已知四棱锥P-$ABCD$的底面是正方形,平面PAD与平面$ABCD$所成角为$120°$,且$PA=PD=AD=6$,则该四棱锥外接球的表面积是________.

14. 已知函数$f(x)=\frac{1}{e^x+1}$,若对于任意的实数x,不等式$f(me^x)+f(-x)<1$恒成立,则实数m的取值范围为________.

四.解答题:本题共5小题,共77分.

15.（本小题13分）

在$\triangle ABC$中,$\cos B=-\frac{1}{3}$,$b\sin A=2\sqrt{2}$.

（1）求a;

（2）若$b=2\sqrt{3}$,求$\triangle ABC$的面积.

（3）在（2）的条件下,求$\angle ABC$的角平分线BD的长.

16.（本小题15分）

随着人工智能的快速发展,它在社会生活中的应用将越来越广泛.某AI科技公司发明了一套人机交互软件,对用户输入的问题它会从数据库中自动检索并生成答案进行应答.大量试验统计表明,如果输入的问题没有语法错误,则软件生成正确答案的概率为85%;若出现语法错误,则软件生成正确答案的概率为35%.已知用户每次输入的问题没有语法错误的概率为90%,且对于每次输入的问题软件生成正确答案相互独立.

（1）求用户输入一个问题软件生成正确答案的概率;

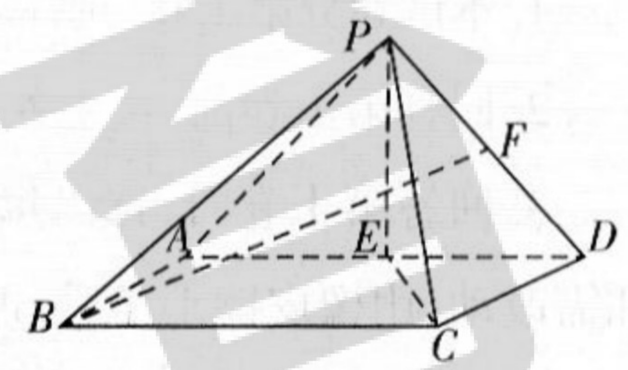
（2）在某次试验中,用户输入$n(n\geqslant 8)$个问题,记其中软件生成正确答案的个数为X,事件$X=k(k=0,1,2,\cdots,n)$的概率为$P(X=k)$.当n取何值时,$P(X=8)$的值最大?

17.（本小题15分）

如图,在四棱锥$P-ABCD$中,底面$ABCD$为平行四边形,$AB=1$,$BC=4$,$PA=2\sqrt{3}$,$\angle BAD=120°$,点E是AD的中点,$PE\perp EC$,$PC\perp CD$.

（1）证明:$AB\perp PE$;

（2）棱PD上是否存在点F,使得直线BF与平面PBC所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{14}}{35}$?若存在,请确定点F的位置;否则,请说明理由.



18.（本小题17分）

已知抛物线C关于y轴对称,其焦点是F,直线$y=4$与C相交于A,B两个不同点,且$|AB|=8$.点$D(0,-\frac{19}{5})$,动点P满足$|PF|=5|PD|$.

（1）求抛物线C的标准方程;

（2）求点P的轨迹方程;

（3）设M,N是过P作抛物线C的两条切线的切点,求$\triangle PMN$面积的最大值.

19.（本小题17分）

已知函数$f(x)=ae^x-x^2(a\in\mathbf{R})$.

（1）当$a=1$时,求函数$f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程;

（2）讨论函数$f(x)$零点个数;

（3）若$x_1,x_2(0<x_1<x_2)$是函数$f(x)$的两个零点,证明:$x_1x_2<4$.